

# אקונומטריקה

פרק 7 - מבחן LM

תוכן העניינים

1. כללי ..... 1

## מבחן LM:

## רקע:

במבחן כופלי לגרנג' (LM) אנו בודקים האם משתנה או משתנים מסבירים מסוימים רלוונטיים למודל.

## לדוגמא:

נניח שיש לנו מודל הכולל 4 משתנים מסבירים (UNRESTRICTED):

$$Y_t = \alpha + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \beta_4 x_{4t}$$

לגבי השניים הראשונים אנו בטוחים כי הם רלוונטיים וחייבים להופיע במודל. לגבי השניים האחרונים אנחנו לא בטוחים.

$$H_0 : \beta_3 = \beta_4 = 0$$

$$H_1 : \text{OTHERWISE}$$

המודל המוגבל (RESTRICTED):  $Y_t = \alpha + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t}$

במבחן LM אומדים את המודל המוגבל ומקבלים עבור כל תצפית את הסטייה מקו

$$\text{הרגרסיה: } Y_t - \hat{Y}_t = \hat{u}_t$$

כעת אומדים את רגרסיית העזר שבה מנסים לנבא את הסטייה מקו הרגרסיה עבור

$$\text{כל תצפית: } \hat{u}_t = \delta_0 + \delta_1 x_{1t} + \delta_2 x_{2t} + \delta_3 x_{3t} + \delta_4 x_{4t} + \omega_t$$

חישוב הסטטיסטי: ( $R^2$  של רגרסיית העזר \* מספר התצפיות)  $LM_{stat} = R^2 \cdot T$

כלל הכרעה: אם:  $LM_{stat} > \chi_m^2$  נדחה את  $H_0$  (מס' ההגבלות ב- $H_0$ ).

## • שימו לב כי:

עבור המשתנים הנוספים למודל – כל המדדים (הבטות, ערכי  $t$  ו- $P$ value) ברגרסיית העזר שווים לאלו של הרגרסיה הלא מוגבלת.  
עבור המשתנים הקיימים במודל – המדדים אינם שווים בין שתי הרגרסיות.

## שאלות:

(1) נניח מודל הכולל 4 משתנים מסבירים (UNRESTRICTED):

$$Y_t = \alpha + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \beta_4 x_{4t}$$

UNRESTRICTED

Dependent variable: Y

## Analysis of Variance

| Source  | DF    | Sum of Squares | Mean Square | F Value | Prob>F |
|---------|-------|----------------|-------------|---------|--------|
| Model   | ----- | 646169.84      | -----       | -----   | 0.0000 |
| Error   | ----- | 620.17         |             |         |        |
| C Total | 203   | 646790.01      |             |         |        |

|          |       |          |       |
|----------|-------|----------|-------|
| Root MSE | ----- | R-square | ----- |
| Dep Mean | ----  | Adj R-sq | ----- |
| C.V.     | ----- |          |       |

## Parameter Estimates

| Variable | DF | Parameter Estimate | Standard Error | T for H0: Parameter=0 | Prob> T |
|----------|----|--------------------|----------------|-----------------------|---------|
| INTERCEP | 1  | 5.067731           | 0.456604       | 11.09874              | 0.0000  |
| X1       | 1  | 0.975726           | 0.042711       | 22.84485              | 0.0000  |
| X2       | 1  | 3.005385           | 0.008679       | 346.2721              | 0.0000  |
| X3       | 1  | -5.029101          | 0.073149       | -68.75146             | 0.0000  |
| X4       | 1  | 8.974106           | 0.029075       | 308.6485              | 0.0000  |

**RESTRICTED**

Dependent variable: Y

| Analysis of Variance |       |                |             |         |        |
|----------------------|-------|----------------|-------------|---------|--------|
| Source               | DF    | Sum of Squares | Mean Square | F Value | Prob>F |
| Model                | ----- | 646001.81      |             |         |        |
| Error                | ----- | 788.2          |             |         |        |
| C Total              | 203   | 646790.01      |             |         |        |
|                      |       |                |             |         |        |
| Root MSE             | ----- |                | R-square    | -----   |        |
| Dep Mean             | ----- |                | Adj R-sq    | -----   |        |
| C.V.                 | ----- |                |             |         |        |

| Parameter Estimates |    |                    |                |                       |         |
|---------------------|----|--------------------|----------------|-----------------------|---------|
| Variable            | DF | Parameter Estimate | Standard Error | T for H0: Parameter=0 | Prob> T |
| INTERCEP            | 1  | 7.067731           | 0.656604       | 10.76406              | 0.0000  |
| X1                  | 1  | 26.36455           | 0.756627       | 34.84485              | 0.0000  |
| X2                  | 1  | 29.58626           | 0.076993       | 384.2721              | 0.0000  |

**רגרסיית עזר**

Dependent variable :RES

| Analysis of Variance |       |                |             |         |        |
|----------------------|-------|----------------|-------------|---------|--------|
| Source               | DF    | Sum of Squares | Mean Square | F Value | Prob>F |
| Model                | ----- | 646169.84      | -----       | -----   | 0.0000 |
| Error                | ----- | 620.17         |             |         |        |
| C Total              | 203   | 646790.01      |             |         |        |
|                      |       |                |             |         |        |
| Root MSE             | ----- |                | R-square    | 0.213   |        |
| Dep Mean             | ----- |                | Adj R-sq    | -----   |        |
| C.V.                 | ----- |                |             |         |        |

| Parameter Estimates |    |           |          |             |         |
|---------------------|----|-----------|----------|-------------|---------|
| Variable            | DF | Parameter | Standard | T for H0:   |         |
|                     |    | Estimate  | Error    | Parameter=0 | Prob> T |
| INTERCEP            | 1  | 5.9608892 | 0.776604 | 7.675584    | 0.0000  |
| X1                  | 1  | 1.2077723 | 0.978845 | 1.233875    | 0.8455  |
| X2                  | 1  | 0.4840697 | 0.886754 | 0.545889    | 0.9976  |
| X3                  | 1  | -5.029101 | 0.073149 | -68.75146   | 0.0000  |
| X4                  | 1  | 8.974106  | 0.029075 | 308.6485    | 0.0000  |

א. בדוק את הטענה כי לפחות אחד מן המשתנים הנוספים רלוונטי למודל בשתי דרכים.

ב. איזה מן המשתנים הנוספים רלוונטי למודל?

ג. הסבירו את הקשרים בין שלוש המשוואות:  $U$ ,  $R$  ועזר ואת הקשר בין מבחן WALS ומבחן LM.

$$\hat{Y}_t = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{1t} + \hat{\beta}_2 x_{2t} + \hat{\beta}_3 x_{3t} + \hat{\beta}_4 x_{4t} + \hat{v}_t : U$$

$$\hat{Y}_t = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 x_{1t} + \hat{\alpha}_2 x_{2t} + \hat{u}_t : R$$

$$\hat{u}_t = \hat{\delta}_0 + \hat{\delta}_1 x_{1t} + \hat{\delta}_2 x_{2t} + \hat{\delta}_3 x_{3t} + \hat{\delta}_4 x_{4t} + \hat{\omega}_t : \text{עזר}$$

ד. שחזרו בעזרת שתי המשוואות הראשונות ( $R$  ו- $U$ ) את  $LM_{stat}$ .

ה. שחזרו בעזרת המשוואה האחרונה (רגרסיית העזר) את  $WALS_{stat}$ .

## תשובות סופיות:

1) א. מבחן LM ומבחן WALS, יש עדות לכך.

ב.  $pt_{\hat{\beta}_3} = pt_{\hat{\beta}_4} = 0.00$

ג. i.  $U=R+\text{עזר}$

ii.  $ESS_U = ESS_y$

iii.  $ESS_R = TSS_y$

iv.  $R^2 = 1 - \frac{ESS}{TSS} = 1 - \frac{ESS_U}{ESS_R} = \frac{ESS_R - ESS_U}{ESS_R}$

ד.  $LM_{stat} = 43.489$

ה.  $WALS_{stat} = 26.962$